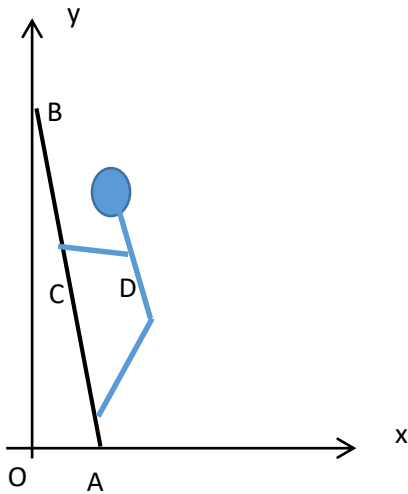


Stabilité d'une échelle



Un homme est sur une échelle placée contre un mur. On note A le point de contact entre l'échelle et le sol ; on note B le point de contact entre l'échelle et le mur ; on note C le centre de masse de l'échelle situé au milieu du segment AB ; on note D le centre de masse de l'homme. On note ℓ la longueur de l'échelle et α l'angle entre l'échelle et le mur. On note $(X, Y, 0)$ les coordonnées de D.

Les efforts extérieurs au système échelle-homme sont :

la réaction du mur caractérisée par une force horizontale $(F, 0, 0)$ appliquée en B

la réaction du sol caractérisée par une force $(F', F'', 0)$ appliquée en A

le poids de l'échelle $(0, -m g, 0)$ appliqué en C

le poids de l'homme $(0, -m' g, 0)$ appliqué en D

Montrer que si le système est à l'équilibre alors on a les relations suivantes

$$F + F' = 0 ; F'' - m g - m' g = 0 ; -F \ell \cos \alpha + m g (\ell / 2) \sin \alpha - m' g (X - \ell \sin \alpha) = 0$$

Le mur exerce nécessairement une force dirigée vers l'échelle : $F > 0$

Montrer que si $X > \ell \sin \alpha$ alors l'échelle doit être suffisamment inclinée par rapport au mur et exprimer l'angle minimal pour assurer l'équilibre en fonction de X , ℓ , m et m'

Le rapport entre la composante horizontale et la composante verticale de la force exercée par le sol est nécessairement inférieur au coefficient de frottement : $|F'| / F'' < \eta$

Montrer que si $X = 0$ alors l'échelle ne doit pas être trop inclinée par rapport au mur et exprimer l'angle maximal pour assurer l'équilibre en fonction de m , m' et η