Théorème de Pythagore

La réciproque de ce théorème est vraie, elle aussi.
Par ailleurs, nous nous intéresserons aussi à ce qu'on appelle la contraposée du théorème. Il peut donc être utile de réviser toutes ces notions :
https://blogs.mediapart.fr/edition/cantate-pirate/article/220320/implication-loi-theoreme-reciproque-contraposee
Cette édition, née du confinement, est consacrée au travail scolaire tous niveaux du CP à la terminale. Le lien précédent est celui d'un des articles. D'autres articles existent déjà ou vont bientôt exister sur d'autres chapitres et matières. Voici le lien de l'édition elle-même :
https://blogs.mediapart.fr/edition/cantate-pirate

C'est en accès libre, mais pour pouvoir intervenir, poster son travail, poser des questions, il faut être abonné (1 € les 15 jours + 3 mois d'essai, sans obligation). Vous pouvez quand-même communiquer avec moi si vous n'êtes pas abonné à Mediapart avec cette annonce sur Leboncoin :
https://www.leboncoin.fr/prestations_de_services/1765733765.htm/

***

Dans ce cours, nous utiliserons ce lexique :

aigu :
pour un angle, inférieur à 90°.

carré : pour un nombre, son produit par lui-même. C'est une sorte de métonymie. On calcule en effet l'aire (la surface) d'un carré en multipliant son côté par lui-même. L'aire d'un carré (au sens propre) est un carré (au sens métonymique). Nous illustrerons grâce aux aires l'égalité, ou la non égalité, d'une somme de deux carrés avec un autre carré.

droit :
pour un angle, égal à 90°, ce qui représente un quart de tour.

équation : c'est une égalité dans laquelle figurent une ou plusieurs inconnues. Dans les exercices où nous emploierons le sens direct, deux longueurs seront connues, la troisième sera calculable en résolvant l'équation. Une relation entre n valeurs permet en général d'en calculer une si les n-1 autres sont connues. L'égalité de Pythagore est une relation entre 3 valeurs, elle permet donc de calculer la troisième si les deux autres sont connues.

hypoténuse :
dans un triangle rectangle, le plus grand des côtés.
Elle est unique (un triangle peut être isocèle, mais dans ce cas l'hypoténuse ne fait pas partie des côtés égaux).
On peut définir autrement l'hypoténuse : c'est le côté opposé à l'angle droit.

obtus :
pour un angle, supérieur à 90°.

racine carré et radicande :
Le problème posé par l'égalité de Pythagore est qu'elle donne le carré du nombre que l'on cherche (soit directement, s'il s'agit de calculer l'hypoténuse, soit par une soustraction s'il s'agit de calculer un des côtés de l'angle droit). La racine carré va donner le nombre dont on connaît le carré (d'où son nom). D'ailleurs, sur la calculette, elle se trouve sur la même touche que la fonction carré.
Et le nombre qui se trouve sous la racine, que l'on va donner en « argument » à la touche racine carré, s'appelle le radicande.

***

Un triangle rectangle est par définition un triangle dont un angle est droit. La présence de cet angle droit est consubstantielle d'une propriété des longueurs des trois cotés : la fameuse égalité de Pythagore :

la somme des carrés des côtés de l'angle droit
est égale au carré de l'hypoténuse.

Par exemple, si les côtés de l'angle droit mesurent 3 et 4 unités, la somme des carrés de ces deux longueurs donne 9 + 16 = 25. Or, 25 est le carré de 5 ! Ce qui signifie automatiquement que le carré dont les trois côtés mesurent 3, 4 et 5 unités est rectangle.

Exercice de tracé. Compas, règle, équerre.

Je vous suggère de faire cet exercice de tracé d'un triangle 3, 4, 5 pour vérifier, d'abord à l'œil, puis avec l'équerre, que l'angle opposé au côté de 5 cm est droit.

***

Nous avons deux théorèmes en un :

1) Théorème direct

Si le triangle SOL est rectangle en S, alors $SO^2 + SL^2 = OL^2$, ce qui s'écrirait ainsi si les crânes d'œuf de l'éducation nationale n'avaient pas supprimé au collège le signe « implique » => :

$$SOL \text{ est rectangle en } S \Rightarrow SO^2 + SL^2 = OL^2$$

Remarque : on doit être capable d'écrire spontanément cette implication, sans recourir à aucune figure. C'est très simple. L'hypoténuse étant le côté opposé à l'angle droit, son nom ne contient pas le sommet où se trouve l'angle droit, ici S. Donc, le nom de l'hypoténuse est OL (ou LO).
Les côtés de l'angle droit le contiennent, eux, le sommet en question : ils contiennent tous les deux « S » : SO, SL.

2) Réciproquement, si un triangle présente cette propriété : « le plus grand de ses côtés élevé au carré égale la somme des carrés des deux autres côtés », alors il est rectangle, au sommet opposé au plus grand côté.

Si $MA^2 + MI^2 = AI^2$, alors le triangle MAI est rectangle, en M :

$MA^2 + MI^2 = AI^2$ => le triangle MAI est rectangle, en M

Vous remarquerez qu'on a changé de lexique : au lieu d'employer « hypoténuse », on prend « plus grand côté ». Au lieu de dire « côtés de l'angle droit », on dit « autres côtés ». En effet, on ne sait pas si le triangle est rectangle ou non. On ne sait pas s'il a un angle droit et une hypoténuse. On n'aura le droit d'user de ces termes que si on montre que le triangle est rectangle, c'est à dire si l'égalité de Pythagore est vraie.

Et si ça ne marche pas ?

Voici un triangle : 4, 5, 6.
Plus grand côté au carré : $6^2 = 36$.
Somme des carrés des deux autres côtés : $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$.
Ce triangle n'est pas rectangle !
C'est normal. On a dit : « si le triangle est rectangle, l'égalité est vraie ». Donc, si l'égalité n'est pas vraie, le triangle ne peut être rectangle, puisqu'alors, l'égalité serait vraie !

Exercice :
Tracez-le, et constatez bien qu'il n'est pas rectangle.

***

Il y a une équivalence logique entre les deux implications :

A => B (théorème)
non B => non A. (contraposée du théorème)

Le simple bon sens permet de s'en rendre compte. Nous allons prendre une implication issue de notre culture générale, pour appliquer notre logique en terrain connu.

univers adulte :
Voici une loi : « Tous les hommes politiques sont des arrivistes sans scrupule. »
Considérons maintenant une personne honnête, c'est à dire ni arriviste ni sans scrupule. Qu'est ce qu'on en déduit ?

***

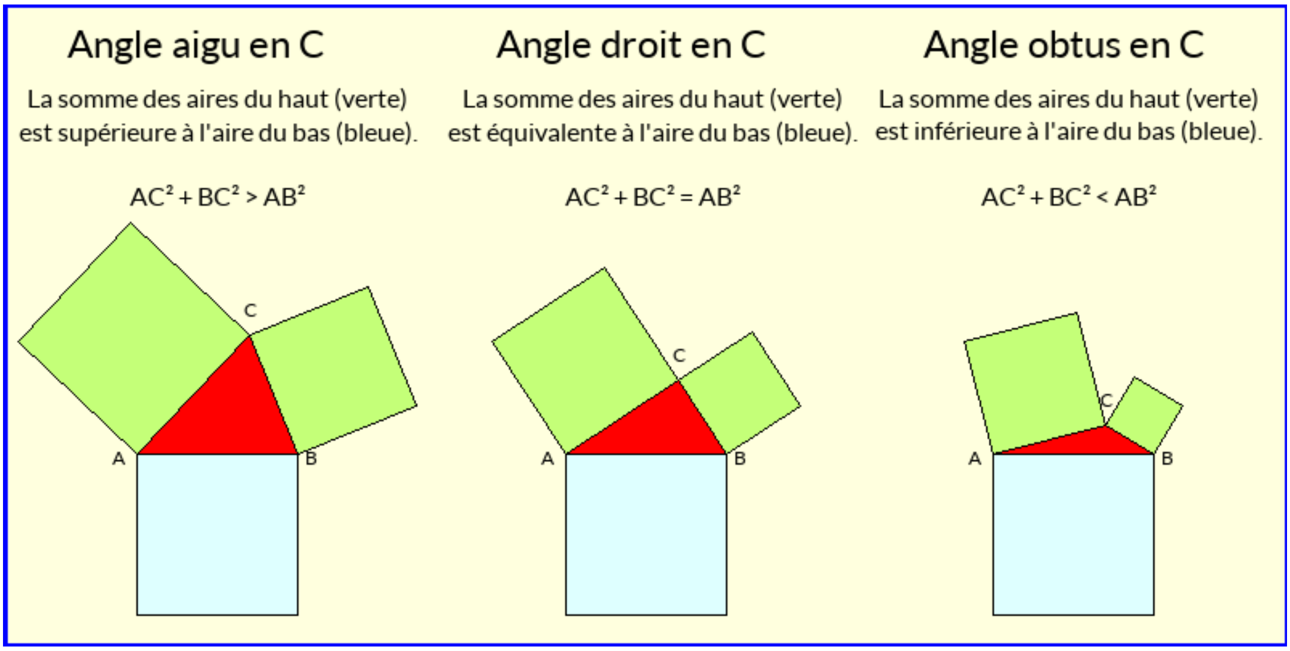
univers enfant :
« Tous les Trolls sont bêtes. »
Considérons maintenant une créature intelligente.
Qu'est ce qu'on en déduit ?

***

Pour résumer, quand l'inégalité de Pythagore est fausse, on appliquera la contraposée du théorème pour justifier que le triangle n'est pas rectangle.

Angle droit, aigu ou obtus ?

La contraposée permet aussi de déduire si l'angle, qui n'est donc pas droit, est aigu ou obtus. La figure suivante montre que la somme des carrés des deux côtés les plus courts



dépasse le carré du plus long côté, si l'angle est aigu. Et s'il est obtus, c'est le contraire. Dans les exercices que je vous propose, j'ai ajouté cette question.

***

Le théorème de Pythagore a connu une généralisation moderne, et dans des mathématiques de plus haut niveau, disons à partir de la classe de première, des chapitres entiers vont en découler. Les enfants, ne vous plaignez pas de Pythagore tel que vous le connaissez ! Parce qu'il va devenir encore bien plus barbare par la suite.

***

À quoi sert chacun de ces outils ?

(théorème direct, réciproque, et contraposée)

• Le théorème direct, puisqu'il fournit une égalité, permet de poser une équation, et de la résoudre, c'est à dire calculer une longueur, si les deux autres sont connues.
• La réciproque, en concluant qu'un triangle est rectangle, permet de prouver l'existence d'un angle droit, c'est à dire d'établir que deux droites sont perpendiculaires.

• La contraposée permet de dire qu'un triangle n'est pas rectangle, c'est à dire qu'un angle n'est pas droit, que deux droites ne sont pas perpendiculaires.

Exercices :
1) construisez vous même la contraposée de la réciproque du théorème de Pythagore. (Pour cela, il sera peut-être utile de bien réviser les notions dans l'article dont le lien est en haut du fichier).
• Et répondez vous-même à la question : à quoi sert la contraposée de la réciproque du théorème de Pythagore.
2) Est-ce intéressant de s'intéresser à la réciproque de la contraposée du théorème de Pythagore et de se demander à quoi elle sert ?

***

Entraînement

Dans les 50 exercices qui suivent, et qui seront renouvelés périodiquement, d'autres notions mathématiques sont en jeu. Cet entraînement constitue donc une préparation au brevet, ainsi qu'une révision pour les lycéens, qui ne se limitent pas à Pythagore, mais couvrent aussi :
• Les préfixes multiplicateurs et diviseurs (appliqués ici au mètre), ainsi que les puissances de 10, positives et négatives.
• Les notions d'arrondi et de chiffres significatifs (cette dernière notion ne figure plus au programme, je crois, mais est plus importante encore pour le physicien que celle d'arrondi).
• Et donc naturellement la notion d'écriture scientifique des nombres décimaux.
• Nous en venons donc aux nombres. Nombres en écritures fractionnaires (ce que l'on appellera les *rationnels* en seconde), nombres sous racine carré (*irrationnels*), nombres entiers et décimaux. Il faudra réviser éventuellement la réduction des radicandes. Nous sommes toujours entre collège et lycée.

Rappel des règles d'arrondi :
• Si on doit arrondir un nombre décimal à la décimale numéro n (1 pour les dixièmes, 2 pour les centièmes, etc.), il faut regarder la décimale suivante ; si elle est égale à 0, 1, 2, 3 ou 4, il suffit juste de couper le nombre entre les décimales numéro n et $n+1$. Mais si elle est égale à 5, 6, 7, 8 ou 9, on coupera toujours le nombre au même endroit, mais après avoir fait + 1 sur la décimale numéro n, et fait suivre éventuellement sur les décimales d'avant, si l'addition le nécessite (exemple, si on veut arrondir 34,599342 à la deuxième décimale, ça fera 34,60).
• Les chiffres significatifs sont les chiffres après exclusion des zéros finaux et initiaux. (mais en gardant bien sûr ceux qui se trouvent entre deux chiffres non égaux à zéro, ainsi que l'éventuel zéro précédent la virgule. Pour arrondir, on applique les mêmes règles.

Bon courage !

Exercices

Les solutions commencent à la page 14.

Consignes commune à tous les exercices « Direct » où on demande de calculer la longueur d'un des côtés.

Donner le résultat sous trois formes différentes :
- d'abord la valeur exacte, dans l'unité donnée, réduite dans le cas où le radicande contient un carré ;
- si le résultat n'a pas de valeur décimale exacte, l'arrondir avec 4 chiffres significatifs, toujours dans l'unité donnée ;
- convertir la valeur décimale en mètres, en écriture scientifique, en arrondissant avec 2 décimales, s'il y a lieu.

Consignes commune à tous les exercices « Réciproque ou contraposée », où on demande de dire si le triangle est rectangle :

Si le triangle est bien rectangle, dites en lequel de ses sommets ; si non, dites si l'angle opposé au plus grand côté est aigu ou obtus ; justifiez vos réponses en mentionnant soit la réciproque, soit la contraposée du théorème de Pythagore.

Exercice N° 1 Réciproque ou contraposée
Le triangle RIG est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
RI = 8, RG = 63 / 2, IG = 79 / 2.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 2 Direct
Le triangle AKN est rectangle en N.
Son côté NK mesure 5 Mm.
Son côté NA mesure 11 Mm.
Calculer KA.

Exercice N° 3 Réciproque ou contraposée
Le triangle NKT est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
NK = 15, NT = 15, KT = 17.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 4 Direct
Le triangle IRZ est rectangle en I.

Son côté IR mesure 2 cm.
Son côté IZ mesure 7 cm.
Calculer RZ.

Exercice N° 5 Réciproque ou contraposée
Le triangle MDP est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
MD = 12 / 5, MP = 7, DP = 9.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 6 Direct
Le triangle DFI est rectangle en D.
Son côté DI mesure 9 mm.
Son côté DF mesure 11 mm.
Calculer IF.

Exercice N° 7 Réciproque ou contraposée

Le triangle GYX est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
GY = 39 / 2, GX = 40, YX = 89 / 2.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 8 Direct

Le triangle AKR est rectangle en K.
Son côté KR mesure 10 dm.
Son côté RA mesure 13 dm.
Calculer KA.

Exercice N° 9 Réciproque ou contraposée
Le triangle ITU est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
IT = 8, IU = 15, TU = 23.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 10 Réciproque ou contraposée
Le triangle BKD est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
BK = 12 / 7, BD = 5, KD = 37 / 7.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 11 Direct
Le triangle LQT est rectangle en Q.
Son côté QT mesure 4 nm.
Son côté TL mesure 9 nm.
Calculer QL.

Exercice N° 12 Direct
Le triangle LPR est rectangle en P.
Son côté PL mesure 3 dm.
Son côté PR mesure 8 dm.
Calculer LR.

Exercice N° 13 Direct
Le triangle CDK est rectangle en C.
Son côté CK mesure 2 Mm.
Son côté CD mesure 3 Mm.
Calculer KD.

Exercice N° 14 Direct
Le triangle DQV est rectangle en Q.
Son côté QD mesure 2 Mm.
Son côté QV mesure 4 Mm.
Calculer DV.

Exercice N° 15 Réciproque ou contraposée
Le triangle IKO est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
IK = 11 / 5, IO = 12, KO = 61 / 5.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 16 Réciproque ou contraposée
Le triangle KGB est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
KG = 55, KB = 55, GB = 73.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 17 Réciproque ou contraposée
Le triangle PGI est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
PG = 20, PI = 21, GI = 37.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 18 Réciproque ou contraposée
Le triangle HCK est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
HC = 5 / 2, HK = 6, CK = 15 / 2.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 19 Réciproque ou contraposée
Le triangle JRL est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
JR = 20 / 21, JL = 1, RL = 29 / 21.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 20 Direct
Le triangle CST est rectangle en C.
Son côté CT mesure 11 hm.
Son côté CS mesure 12 hm.
Calculer TS.

Exercice N° 21 Direct
Le triangle HUW est rectangle en H.
Son côté HW mesure 11 nm.
Son côté HU mesure 14 nm.
Calculer WU.

Exercice N° 22 Direct
Le triangle PSX est rectangle en S.
Son côté SX mesure 10 nm.
Son côté SP mesure 12 nm.
Calculer XP.

Exercice N° 23 Direct
Le triangle AHV est rectangle en H.
Son côté HV mesure 6 nm.
Son côté VA mesure 9 nm.
Calculer HA.

Exercice N° 24 Direct
Le triangle HOR est rectangle en O.
Son côté OH mesure 10 Mm.
Son côté OR mesure 11 Mm.
Calculer HR.

Exercice N° 25 Direct
Le triangle FWX est rectangle en X.
Son côté XW mesure 9 μm.
Son côté WF mesure 11 μm.
Calculer XF.

Exercice N° 26 Réciproque ou contraposée
Le triangle YRN est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
$YR = 11, YN = 60, RN = 61$.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 27 Réciproque ou contraposée
Le triangle SQN est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
$SQ = 9, SN = 9, QN = 65 / 7$.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 28 Direct
Le triangle CNP est rectangle en P.
Son côté PC mesure 9 mm.
Son côté CN mesure 14 mm.
Calculer PN.

Exercice N° 29 Réciproque ou contraposée
Le triangle WNO est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
$WN = 34, WO = 40, NO = 41$.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 30 Direct
Le triangle HOZ est rectangle en H.
Son côté HO mesure 7 nm.
Son côté HZ mesure 12 nm.
Calculer OZ.

Exercice N° 31 Direct
Le triangle ATX est rectangle en T.
Son côté TA mesure 5 dm.
Son côté TX mesure 11 dm.
Calculer AX.

Exercice N° 32 Direct
Le triangle ADE est rectangle en A.
Son côté AE mesure 12 nm.
Son côté AD mesure 17 nm.
Calculer ED.

Exercice N° 33 Direct
Le triangle ISZ est rectangle en S.
Son côté SI mesure 10 Gm.
Son côté IZ mesure 15 Gm.
Calculer SZ.

Exercice N° 34 Direct
Le triangle FRY est rectangle en F.
Son côté FR mesure 5 Gm.
Son côté RY mesure 9 Gm.
Calculer FY.

Exercice N° 35 Réciproque ou contraposée
Le triangle CPU est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
CP = 13 / 10, CU = 42 / 5, PU = 17 / 2.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 36 Réciproque ou contraposée
Le triangle HJL est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
HJ = 11 / 183, HL = 20 / 61, JL = 21 / 61.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 37 Direct
Le triangle BOQ est rectangle en O.
Son côté OB mesure 11 dam.
Son côté OQ mesure 13 dam.
Calculer BQ.

Exercice N° 38 Direct
Le triangle DFN est rectangle en F.
Son côté FN mesure 9 hm.
Son côté FD mesure 13 hm.
Calculer ND.

Exercice N° 39 Réciproque ou contraposée
Le triangle CMP est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
CM = 4 / 5, CP = 63 / 20, MP = 67 / 20.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 40 Direct
Le triangle FJY est rectangle en F.
Son côté FJ mesure 10 nm.
Son côté FY mesure 12 nm.
Calculer JY.

Exercice N° 41 Réciproque ou contraposée
Le triangle SUV est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
SU = 3, SV = 40 / 3, UV = 41 / 3.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 42 Direct
Le triangle FHV est rectangle en H.
Son côté HV mesure 9 nm.
Son côté VF mesure 12 nm.
Calculer HF.

Exercice N° 43 Réciproque ou contraposée
Le triangle IEB est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
IE = 8 / 39, IB = 21 / 26, EB = 25 / 26.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 44 Direct
Le triangle HOY est rectangle en O.
Son côté OY mesure 8 km.
Son côté OH mesure 13 km.
Calculer YH.

Exercice N° 45 Réciproque ou contraposée
Le triangle LUN est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
LU = 3 / 7, LN = 5 / 4, UN = 37 / 28.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 46 Réciproque ou contraposée
Le triangle RQW est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
RQ = 33 / 13, RW = 56 / 13, QW = 67 / 13.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 47 Réciproque ou contraposée
Le triangle FWR est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
FW = 28 / 3, FR = 15, WR = 21.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 48 Réciproque ou contraposée
Le triangle OJS est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
OJ = 3, OS = 40 / 3, JS = 41 / 3.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 49 Réciproque ou contraposée
Le triangle XPM est tel que ses trois côtés ont les longueurs suivantes :
XP = 1 / 183, XM = 20 / 671, PM = 65 / 2013.
Est-il rectangle ?

Exercice N° 50 Direct
Le triangle HSW est rectangle en H.
Son côté HS mesure 8 dam.
Son côté HW mesure 13 dam.
Calculer SW.

Solutions

Exercice N° 1
Le dénominateur commun aux trois fractions est 2.
La longueur la plus grande est IG = 79 / 2.
On la met au carré : $IG^2 = (79 / 2)^2 = 6241 / 4$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$(8)^2 + (63 / 2)^2 = 4225 / 4$.
On voit que l'égalité de Pythagore est fausse. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on en conclut que RIG n'est pas rectangle.
Comme le carré du plus grand côté est plus grand que la somme des carrés des deux autres côtés, l'angle situé au sommet R est obtus.

Exercice N° 2
Puisque AKN est rectangle en N, on a l'égalité de Pythagore : $KA^2 = NK^2 + NA^2$
Ce qui se résout ainsi :
$KA = \sqrt{(NK^2 + NA^2)}$.
Donc $KA = \sqrt{146}$ Mm.
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 12,08 Mm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $1,21\ 10^7$ m.

Exercice N° 3
La longueur la plus grande est KT = 17.
On la met au carré : $KT^2 = 17^2 = 289$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$15^2 + 15^2 = 450$.
On voit que l'égalité de Pythagore est fausse. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on en conclut que NKT n'est pas rectangle.
Comme le carré du plus grand côté est plus petit que la somme des carrés des deux autres côtés, l'angle situé au sommet N est aigu.

Exercice N° 4
Puisque IRZ est rectangle en I, on a l'égalité de Pythagore : $RZ^2 = IR^2 + IZ^2$
Ce qui se résout ainsi :
$RZ = \sqrt{(IR^2 + IZ^2)}$.
Donc $RZ = \sqrt{53}$ cm.
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 7,280 cm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $7,28\ 10^{-2}$ m.

Exercice N° 5
Le dénominateur commun aux trois fractions est 5.
La longueur la plus grande est DP = 9.
On la met au carré : $DP^2 = (9)^2 = 81$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :

$(12 / 5)^2 + (7)^2 = 1369 / 25$.
Pour comparer les deux valeurs, les voici au même dénominateur :
$DP^2 = 2025 / 25$; $(12 / 5)^2 + (7)^2 = 1369 / 25$.
On voit que l'égalité de Pythagore est fausse. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on en conclut que MDP n'est pas rectangle.
Comme le carré du plus grand côté est plus grand que la somme des carrés des deux autres côtés, l'angle situé au sommet M est obtus.

Exercice N° 6
Puisque DFI est rectangle en D, on a l'égalité de Pythagore : $IF^2 = DI^2 + DF^2$
Ce qui se résout ainsi :
$IF = \sqrt{(DI^2 + DF^2)}$.
Donc $IF = \sqrt{202}$ mm.
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 14,21 mm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $1{,}42\ 10^{-2}$ m.

Exercice N° 7
Le dénominateur commun aux trois fractions est 2.
La longueur la plus grande est $YX = 89 / 2$.
On la met au carré : $YX^2 = (89 / 2)^2 = 7921 / 4$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$(39 / 2)^2 + (40)^2 = 7921 / 4$.
On voit que l'égalité de Pythagore est vraie. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en conclut que GYX est rectangle en G.

Exercice N° 8
Puisque AKR est rectangle en K, on a l'égalité de Pythagore : $RA^2 = KR^2 + KA^2$
Ce qui se résout ainsi :
$KA = \sqrt{(RA^2 - KR^2)}$.
Donc $KA = \sqrt{69}$ dm.
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 8,307 dm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $8{,}31\ 10^{-1}$ m.

Exercice N° 9
La longueur la plus grande est $TU = 23$.
On la met au carré : $TU^2 = 23^2 = 529$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$8^2 + 15^2 = 289$.
On voit que l'égalité de Pythagore est fausse. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on en conclut que ITU n'est pas rectangle.
Comme le carré du plus grand côté est plus grand que la somme des carrés des deux autres côtés, l'angle situé au sommet I est obtus.

Exercice N° 10
Le dénominateur commun aux trois fractions est 7.

La longueur la plus grande est KD = 37 / 7.
On la met au carré : $KD^2 = (37 / 7)^2 = 1369 / 49$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$(12 / 7)^2 + (5)^2 = 1369 / 49$.
On voit que l'égalité de Pythagore est vraie. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en conclut que BKD est rectangle en B.

Exercice N° 11
Puisque LQT est rectangle en Q, on a l'égalité de Pythagore : $TL^2 = QT^2 + QL^2$
Ce qui se résout ainsi :
$QL = \sqrt{(TL^2 - QT^2)}$.
Donc $QL = \sqrt{65}$ nm.
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 8,062 nm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $8{,}06\ 10^{-9}$ m.

Exercice N° 12
Puisque LPR est rectangle en P, on a l'égalité de Pythagore : $LR^2 = PL^2 + PR^2$
Ce qui se résout ainsi :
$LR = \sqrt{(PL^2 + PR^2)}$.
Donc $LR = \sqrt{73}$ dm.
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 8,544 dm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $8{,}54\ 10^{-1}$ m.

Exercice N° 13
Puisque CDK est rectangle en C, on a l'égalité de Pythagore : $KD^2 = CK^2 + CD^2$
Ce qui se résout ainsi :
$KD = \sqrt{(CK^2 + CD^2)}$.
Donc $KD = \sqrt{13}$ Mm.
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 3,606 Mm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $3{,}61\ 10^{6}$ m.

Exercice N° 14
Puisque DQV est rectangle en Q, on a l'égalité de Pythagore : $DV^2 = QD^2 + QV^2$
Ce qui se résout ainsi :
$DV = \sqrt{(QD^2 + QV^2)}$.
Donc $DV = \sqrt{20}$ Mm.
Le radicande contient un carré, il peut donc se réduire : $DV = 2\sqrt{5}$ Mm
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 4,472 Mm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $4{,}47\ 10^{6}$ m.

Exercice N° 15
Le dénominateur commun aux trois fractions est 5.
La longueur la plus grande est KO = 61 / 5.
On la met au carré : $KO^2 = (61 / 5)^2 = 3721 / 25$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :

$(11 / 5)^2 + (12)^2 = 3721 / 25$.
On voit que l'égalité de Pythagore est vraie. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en conclut que IKO est rectangle en I.

Exercice N° 16
La longueur la plus grande est GB = 73.
On la met au carré : $GB^2 = 73^2 = 5329$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$55^2 + 55^2 = 6050$.
On voit que l'égalité de Pythagore est fausse. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on en conclut que KGB n'est pas rectangle.
Comme le carré du plus grand côté est plus petit que la somme des carrés des deux autres côtés, l'angle situé au sommet K est aigu.

Exercice N° 17
La longueur la plus grande est GI = 37.
On la met au carré : $GI^2 = 37^2 = 1369$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$20^2 + 21^2 = 841$.
On voit que l'égalité de Pythagore est fausse. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on en conclut que PGI n'est pas rectangle.
Comme le carré du plus grand côté est plus grand que la somme des carrés des deux autres côtés, l'angle situé au sommet P est obtus.

Exercice N° 18
Le dénominateur commun aux trois fractions est 2.
La longueur la plus grande est CK = 15 / 2.
On la met au carré : $CK^2 = (15 / 2)^2 = 225 / 4$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$(5 / 2)^2 + (6)^2 = 169 / 4$.
On voit que l'égalité de Pythagore est fausse. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on en conclut que HCK n'est pas rectangle.
Comme le carré du plus grand côté est plus grand que la somme des carrés des deux autres côtés, l'angle situé au sommet H est obtus.

Exercice N° 19
Le dénominateur commun aux trois fractions est 21.
La longueur la plus grande est RL = 29 / 21.
On la met au carré : $RL^2 = (29 / 21)^2 = 841 / 441$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$(20 / 21)^2 + (1)^2 = 841 / 441$.
On voit que l'égalité de Pythagore est vraie. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en conclut que JRL est rectangle en J.

Exercice N° 20
Puisque CST est rectangle en C, on a l'égalité de Pythagore : $TS^2 = CT^2 + CS^2$
Ce qui se résout ainsi :
$TS = \sqrt{(CT^2 + CS^2)}$.
Donc $TS = \sqrt{265}$ hm.
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 16,28 hm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $1{,}63\ 10^3$ m.

Exercice N° 21
Puisque HUW est rectangle en H, on a l'égalité de Pythagore : $WU^2 = HW^2 + HU^2$
Ce qui se résout ainsi :
$WU = \sqrt{(HW^2 + HU^2)}$.
Donc $WU = \sqrt{317}$ nm.
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 17,80 nm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $1{,}78\ 10^{-8}$ m.

Exercice N° 22
Puisque PSX est rectangle en S, on a l'égalité de Pythagore : $XP^2 = SX^2 + SP^2$
Ce qui se résout ainsi :
$XP = \sqrt{(SX^2 + SP^2)}$.
Donc $XP = \sqrt{244}$ nm.
Le radicande contient un carré, il peut donc se réduire : $XP = 2\sqrt{61}$ nm
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 15,62 nm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $1{,}56\ 10^{-8}$ m.

Exercice N° 23
Puisque AHV est rectangle en H, on a l'égalité de Pythagore : $VA^2 = HV^2 + HA^2$
Ce qui se résout ainsi :
$HA = \sqrt{(VA^2 - HV^2)}$.
Donc $HA = \sqrt{45}$ nm.
Le radicande contient un carré, il peut donc se réduire : $HA = 3\sqrt{5}$ nm
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 6,708 nm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $6{,}71\ 10^{-9}$ m.

Exercice N° 24
Puisque HOR est rectangle en O, on a l'égalité de Pythagore : $HR^2 = OH^2 + OR^2$
Ce qui se résout ainsi :
$HR = \sqrt{(OH^2 + OR^2)}$.
Donc $HR = \sqrt{221}$ Mm.
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 14,87 Mm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $1{,}49\ 10^7$ m.

Exercice N° 25

Puisque FWX est rectangle en X, on a l'égalité de Pythagore : $WF^2 = XW^2 + XF^2$

Ce qui se résout ainsi :
$XF = \sqrt{(WF^2 - XW^2)}$.
Donc $XF = \sqrt{40}$ μm.
Le radicande contient un carré, il peut donc se réduire : $XF = 2\sqrt{10}$ μm
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 6,325 μm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne 6,32 10^{-6} m.

Exercice N° 26
La longueur la plus grande est RN = 61.
On la met au carré : $RN^2 = 61^2 = 3721$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$11^2 + 60^2 = 3721$.
On voit que l'égalité de Pythagore est vraie. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en conclut que YRN est rectangle en Y.

Exercice N° 27
Le dénominateur commun aux trois fractions est 7.
La longueur la plus grande est QN = 65 / 7.
On la met au carré : $QN^2 = (65 / 7)^2 = 4225 / 49$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$(9)^2 + (9)^2 = 162$.
Pour comparer les deux valeurs, les voici au même dénominateur :
$QN^2 = 4225 / 49$; $(9)^2 + (9)^2 = 7938 / 49$.
On voit que l'égalité de Pythagore est fausse. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on en conclut que SQN n'est pas rectangle.
Comme le carré du plus grand côté est plus petit que la somme des carrés des deux autres côtés, l'angle situé au sommet S est aigu.

Exercice N° 28
Puisque CNP est rectangle en P, on a l'égalité de Pythagore : $CN^2 = PC^2 + PN^2$
Ce qui se résout ainsi :
$PN = \sqrt{(CN^2 - PC^2)}$.
Donc $PN = \sqrt{115}$ mm.
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 10,72 mm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne 1,07 10^{-2} m.

Exercice N° 29
La longueur la plus grande est NO = 41.
On la met au carré : $NO^2 = 41^2 = 1681$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$34^2 + 40^2 = 2756$.
On voit que l'égalité de Pythagore est fausse. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on en conclut que WNO n'est pas rectangle.
Comme le carré du plus grand côté est plus petit que la somme des carrés des deux autres côtés, l'angle situé au sommet W est aigu.

Exercice N° 30
Puisque HOZ est rectangle en H, on a l'égalité de Pythagore : $OZ^2 = HO^2 + HZ^2$
Ce qui se résout ainsi :
$OZ = \sqrt{(HO^2 + HZ^2)}$.
Donc $OZ = \sqrt{193}$ nm.
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 13,89 nm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $1{,}39\ 10^{-8}$ m.

Exercice N° 31
Puisque ATX est rectangle en T, on a l'égalité de Pythagore : $AX^2 = TA^2 + TX^2$
Ce qui se résout ainsi :
$AX = \sqrt{(TA^2 + TX^2)}$.
Donc $AX = \sqrt{146}$ dm.
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 12,08 dm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $1{,}21\ 10^{0}$ m.

Exercice N° 32
Puisque ADE est rectangle en A, on a l'égalité de Pythagore : $ED^2 = AE^2 + AD^2$
Ce qui se résout ainsi :
$ED = \sqrt{(AE^2 + AD^2)}$.
Donc $ED = \sqrt{433}$ nm.
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 20,81 nm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $2{,}08\ 10^{-8}$ m.

Exercice N° 33
Puisque ISZ est rectangle en S, on a l'égalité de Pythagore : $IZ^2 = SI^2 + SZ^2$
Ce qui se résout ainsi :
$SZ = \sqrt{(IZ^2 - SI^2)}$.
Donc $SZ = \sqrt{125}$ Gm.
Le radicande contient un carré, il peut donc se réduire : $SZ = 5\sqrt{5}$ Gm
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 11,18 Gm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $1{,}12\ 10^{10}$ m.

Exercice N° 34
Puisque FRY est rectangle en F, on a l'égalité de Pythagore : $RY^2 = FR^2 + FY^2$
Ce qui se résout ainsi :
$FY = \sqrt{(RY^2 - FR^2)}$.
Donc $FY = \sqrt{56}$ Gm.
Le radicande contient un carré, il peut donc se réduire : $FY = 2\sqrt{14}$ Gm
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 7,483 Gm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $7{,}48\ 10^{9}$ m.

Exercice N° 35
Le dénominateur commun aux trois fractions est 10.

La longueur la plus grande est PU = 17 / 2.
On la met au carré : $PU^2 = (17 / 2)^2 = 289 / 4$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$(13 / 10)^2 + (42 / 5)^2 = 289 / 4$.
On voit que l'égalité de Pythagore est vraie. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en conclut que CPU est rectangle en C.

Exercice N° 36
Le dénominateur commun aux trois fractions est 183.
La longueur la plus grande est JL = 21 / 61.
On la met au carré : $JL^2 = (21 / 61)^2 = 441 / 3721$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$(11 / 183)^2 + (20 / 61)^2 = 1 / 9$.
Pour comparer les deux valeurs, les voici au même dénominateur :
$JL^2 = 3969 / 33489$; $(11 / 183)^2 + (20 / 61)^2 = 3721 / 33489$.
On voit que l'égalité de Pythagore est fausse. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on en conclut que HJL n'est pas rectangle.
Comme le carré du plus grand côté est plus grand que la somme des carrés des deux autres côtés, l'angle situé au sommet H est obtus.

Exercice N° 37
Puisque BOQ est rectangle en O, on a l'égalité de Pythagore : $BQ^2 = OB^2 + OQ^2$
Ce qui se résout ainsi :
$BQ = \sqrt{(OB^2 + OQ^2)}$.
Donc $BQ = \sqrt{290}$ dam.
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 17,03 dam.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $1{,}70\ 10^2$ m.

Exercice N° 38
Puisque DFN est rectangle en F, on a l'égalité de Pythagore : $ND^2 = FN^2 + FD^2$
Ce qui se résout ainsi :
$ND = \sqrt{(FN^2 + FD^2)}$.
Donc $ND = \sqrt{250}$ hm.
Le radicande contient un carré, il peut donc se réduire : $ND = 5\sqrt{10}$ hm
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 15,81 hm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $1{,}58\ 10^3$ m.

Exercice N° 39
Le dénominateur commun aux trois fractions est 20.
La longueur la plus grande est MP = 67 / 20.
On la met au carré : $MP^2 = (67 / 20)^2 = 4489 / 400$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$(4 / 5)^2 + (63 / 20)^2 = 169 / 16$.
Pour comparer les deux valeurs, les voici au même dénominateur :
$MP^2 = 4489 / 400$; $(4 / 5)^2 + (63 / 20)^2 = 4225 / 400$.

On voit que l'égalité de Pythagore est fausse. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on en conclut que CMP n'est pas rectangle.
Comme le carré du plus grand côté est plus grand que la somme des carrés des deux autres côtés, l'angle situé au sommet C est obtus.

Exercice N° 40
Puisque FJY est rectangle en F, on a l'égalité de Pythagore : $JY^2 = FJ^2 + FY^2$
Ce qui se résout ainsi :
$JY = \sqrt{(FJ^2 + FY^2)}$.
Donc $JY = \sqrt{244}$ nm.
Le radicande contient un carré, il peut donc se réduire : $JY = 2\sqrt{61}$ nm
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 15,62 nm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $1{,}56\ 10^{-8}$ m.

Exercice N° 41
Le dénominateur commun aux trois fractions est 3.
La longueur la plus grande est UV = 41 / 3.
On la met au carré : $UV^2 = (41 / 3)^2 = 1681 / 9$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$(3)^2 + (40 / 3)^2 = 1681 / 9$.
On voit que l'égalité de Pythagore est vraie. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en conclut que SUV est rectangle en S.

Exercice N° 42
Puisque FHV est rectangle en H, on a l'égalité de Pythagore : $VF^2 = HV^2 + HF^2$
Ce qui se résout ainsi :
$HF = \sqrt{(VF^2 - HV^2)}$.
Donc $HF = \sqrt{63}$ nm.
Le radicande contient un carré, il peut donc se réduire : $HF = 3\sqrt{7}$ nm
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 7,937 nm.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $7{,}94\ 10^{-9}$ m.

Exercice N° 43
Le dénominateur commun aux trois fractions est 78.
La longueur la plus grande est EB = 25 / 26.
On la met au carré : $EB^2 = (25 / 26)^2 = 625 / 676$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$(8 / 39)^2 + (21 / 26)^2 = 25 / 36$.
Pour comparer les deux valeurs, les voici au même dénominateur :
$EB^2 = 5625 / 6084$; $(8 / 39)^2 + (21 / 26)^2 = 4225 / 6084$.
On voit que l'égalité de Pythagore est fausse. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on en conclut que IEB n'est pas rectangle.
Comme le carré du plus grand côté est plus grand que la somme des carrés des deux autres côtés, l'angle situé au sommet I est obtus.

Exercice N° 44

Puisque HOY est rectangle en O, on a l'égalité de Pythagore : $YH^2 = OY^2 + OH^2$

Ce qui se résout ainsi :

$YH = \sqrt{(OY^2 + OH^2)}$.

Donc $YH = \sqrt{233}$ km.

Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 15,26 km.

Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $1{,}53\ 10^4$ m.

Exercice N° 45

Le dénominateur commun aux trois fractions est 28.

La longueur la plus grande est UN = 37 / 28.

On la met au carré : $UN^2 = (37 / 28)^2 = 1369 / 784$.

On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :

$(3 / 7)^2 + (5 / 4)^2 = 1369 / 784$.

On voit que l'égalité de Pythagore est vraie. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en conclut que LUN est rectangle en L.

Exercice N° 46

Le dénominateur commun aux trois fractions est 13.

La longueur la plus grande est QW = 67 / 13.

On la met au carré : $QW^2 = (67 / 13)^2 = 4489 / 169$.

On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :

$(33 / 13)^2 + (56 / 13)^2 = 25$.

Pour comparer les deux valeurs, les voici au même dénominateur :

$QW^2 = 4489 / 169$; $(33 / 13)^2 + (56 / 13)^2 = 4225 / 169$.

On voit que l'égalité de Pythagore est fausse. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on en conclut que RQW n'est pas rectangle.

Comme le carré du plus grand côté est plus grand que la somme des carrés des deux autres côtés, l'angle situé au sommet R est obtus.

Exercice N° 47

Le dénominateur commun aux trois fractions est 3.

La longueur la plus grande est WR = 21.

On la met au carré : $WR^2 = (21)^2 = 441$.

On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :

$(28 / 3)^2 + (15)^2 = 2809 / 9$.

Pour comparer les deux valeurs, les voici au même dénominateur :

$WR^2 = 3969 / 9$; $(28 / 3)^2 + (15)^2 = 2809 / 9$.

On voit que l'égalité de Pythagore est fausse. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on en conclut que FWR n'est pas rectangle.

Comme le carré du plus grand côté est plus grand que la somme des carrés des deux autres côtés, l'angle situé au sommet F est obtus.

Exercice N° 48

Le dénominateur commun aux trois fractions est 3.

La longueur la plus grande est JS = 41 / 3.
On la met au carré : $JS^2 = (41 / 3)^2 = 1681 / 9$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$(3)^2 + (40 / 3)^2 = 1681 / 9$.
On voit que l'égalité de Pythagore est vraie. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en conclut que OJS est rectangle en O.

Exercice N° 49
Le dénominateur commun aux trois fractions est 2013.
La longueur la plus grande est PM = 65 / 2013.
On la met au carré : $PM^2 = (65 / 2013)^2 = 4225 / 4052169$.
On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :
$(1 / 183)^2 + (20 / 671)^2 = 1 / 1089$.
Pour comparer les deux valeurs, les voici au même dénominateur :
$PM^2 = 4225 / 4052169$; $(1 / 183)^2 + (20 / 671)^2 = 3721 / 4052169$.
On voit que l'égalité de Pythagore est fausse. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, on en conclut que XPM n'est pas rectangle.
Comme le carré du plus grand côté est plus grand que la somme des carrés des deux autres côtés, l'angle situé au sommet X est obtus.

Exercice N° 50
Puisque HSW est rectangle en H, on a l'égalité de Pythagore : $SW^2 = HS^2 + HW^2$
Ce qui se résout ainsi :
$SW = \sqrt{(HS^2 + HW^2)}$.
Donc $SW = \sqrt{233}$ dam.
Cette distance, arrondie avec 4 chiffres significatifs, est égale à 15,26 dam.
Sous écriture scientifique, arrondi avec 2 décimales, cela donne $1{,}53\ 10^2$ m.